**

BACHILLERATO  
TRABAJOS



|  |  |
| --- | --- |
| **MATERIA: MATEMÁTICAS V**  **GRUPOS: 53 – B / 83 – A**  **PERIODO: 24 NOV** | **FECHA: NOVIEMBRE / 2017**  **PROFESOR: ENRIQUE LÓPEZ** |

**VARIABLES Y DISTRIBUCIONES**

**En muchos experimentos aleatorios los resultados no son intrínsecamente numéricos; el número resulta de aplicar un instrumento de medida (función) al objeto observado. Una variable aleatoria es una función que a cada suceso elemental de un espacio muestral le asigna un número.**

**Ejemplos:**

* **Se elige al azar una montaña de un mapa y se mide su altura: X 3.714 m.**
* **Se elige al azar un pez entre todos los de una captura y se mide su longitud:   
  X 2,24 m.**
* **Se pide a una persona elegida al azar que corra lo más rápido posible y se mide lo que tarda en recorrer 100 m: X 32 seg.**
* **Se lanzan dos dados y se mide cuánto vale la suma de sus caras superiores: X 10**

**Variables aleatorias discretas**

**Son aquéllas que toman un nº finito o numerable de valores.**

**Dada una variable aleatoria discreta X, se define su función de probabilidad como la**

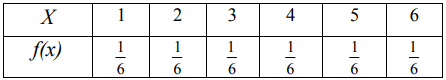
**función que a cada valor x le asigna su probabilidad de ocurrencia:**



**Ejemplo:**

**Si X es el resultado que se observa al tirar un dado, su función de probabilidad es**

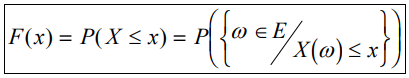
**Podemos expresar esta función en forma de tabla:**



**Otra forma de describir la asignación de probabilidades a los distintos valores que puede**

**tomar una variable aleatoria discreta X es a través de su función de distribución,**

**definida como:**



**Variables aleatorias continuas**

**Son aquéllas que toman un valor en un rango continuo.**

**No obstante, aunque cada valor individual x tenga una probabilidad 0 de ocurrir, es**

**evidente que algunos rangos continuos de valores (esto es, intervalos de la forma [a,b])**

**han de tener asignada una probabilidad no nula. A modo de ejemplo, si a y b son,**

**respectivamente, los valores mínimo y máximo que puede tomar la variable X, se tiene**

**que PX ab c ∈ = , h 1.**

**Ejemplo:**

**Un tirador inexperto lanza dardos contra una diana circular, de 1 metro de radio. Tras**

**cada lanzamiento se mide la variable aleatoria X=”distancia desde el punto donde ha**

**acertado el dardo hasta el centro de la diana” Al igual que en el ejemplo anterior, la**

**probabilidad de que X tome un valor concreto x es siempre 0, cualquiera que sea el**

**valor x elegido. Sin embargo, utilizando la regla de Laplace, podemos calcular fácilmente**

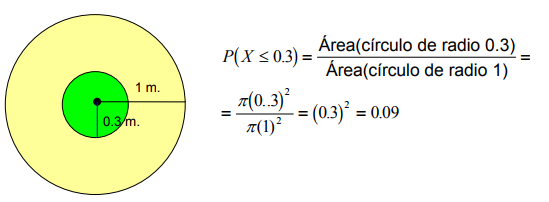
**la probabilidad de que el dardo caiga, por ejemplo, a menos de 0.3 metros del centro.**

**En efecto, por ser el tirador inexperto podemos suponer que todos los puntos de la diana**

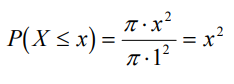
**tienen la misma probabilidad de ser alcanzados. Por tanto la probabilidad de acertar a**

**menos de 0.3 m. del centro será igual a la probabilidad de acertar en un círculo de 0.3**

**m. de radio cuyo centro es también el centro de la diana. Luego:**



**En general, la probabilidad de acertar a una distancia inferior a x metros del centro será:**



**Distribuciones**

**En general, dada cualquier variable aleatoria continúa X, la función:**



**Siempre estará definida para todo valor x real (ya que, por construcción, los conjuntos**

**de la forma { ( ) } E X x ω ω ∈ ≤ son sucesos en el espacio muestral E y por tanto**

**tienen asignada una probabilidad). Así, por ejemplo, si M es el mayor valor que puede**

**tomar la variable aleatoria X, es claro que F() ( ) M = P X ≤ M = 1. Al igual que en el**

**caso de las variables aleatorias discretas, esta función se denomina función de**

**distribución.**

**Ejemplo:**

**Supongamos que estamos en una situación idéntica a la del ejemplo 2, pero con un tirador**

**de dardos experto. Ahora no podemos suponer que todos los puntos de la diana tienen la**

**misma probabilidad de ser alcanzados. Al contrario, será mucho más probable acertar**

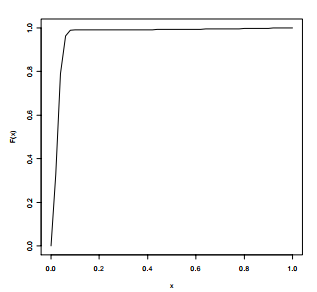
**cerca del centro que de los bordes, siendo la probabilidad de acertar cerca del centro tanto**

**mayor cuanto más experto sea nuestro tirador. Si consideramos nuevamente la variable**

**aleatoria: X=”distancia desde el el punto en que se clava el dardo hasta el centro de la**

**diana” la función de distribución de esta variable aleatoria podemos esperar que ahora sea**

**de la forma:**



**Esta función, como vemos crece muy deprisa entre 0 y 0.1; así, por ejemplo, vemos que**

**ya para x=0.1 se tiene P Xb ≤ = 01 0 97 . . g , o lo que es lo mismo, la probabilidad de**

**que el dardo caiga a menos de 10 cm del centro de la diana es del 97% (que es lo que**

**cabría esperar de un buen tirador). Si vamos mirando el resto de los valores (0.2, 0.4, 0.6,**

**etc.), vemos que la probabilidad acumulada crece muy despacio, cosa que también es de**

**esperar en un buen tirador, que ya ha acumulado prácticamente toda la probabilidad de**

**acertar en los 10 cm. más próximos al centro de la diana.**

**Una función que se comporta de esta forma y que, por tanto, podría ser un buen modelo**

**para esta distribución de probabilidad es:**

